

# Seznámení se se zvolenou pokročilou iterativní metodou na problému batohu

## 1 SPECIFIKACE ÚLOHY

---

Cílem tohoto úkolu bylo seznámit se s vybranou pokročilou iterativní metodou pro řešení [problému batohu](#). Předmětem zprávy je popis zvoleného algoritmu a především měření pro různá nastavení konfiguračních proměnných. Více informací viz [odpovídající stránka na Eduxu](#).

## 2 ROZBOR MOŽNÝCH VARIANT ŘEŠENÍ

---

Bylo se třeba rozhodnout pro jeden z těchto algoritmů:

- Simulované ochlazování
- Genetické algoritmy
- Tabu search

Vybral jsem simulované ochlazování.

## 3 POPIS POSTUPU ŘEŠENÍ A ALGORITMU

---

Algoritmus Simulované ochlazování je iterativní heuristika, což znamená, že se snaží z určitého počátečního řešení postupně dopracovat k řešení co nejlepšímu. V mém případě jsem se rozhodl vycházet z náhodného řešení, ale mohli bychom vycházet i např. z řešení triviálního.

Základní parametry algoritmu jsou:

- Equilibrium (rovnovážná poloha)
- Počáteční teplota
- Teplota tuhnutí
- Rychlost chlazení

Algoritmus pracuje tak dlouho, dokud z počáteční teploty nedosáhne teploty tuhnutí, ke které se dostává postupně násobením aktuální teploty koeficientem rychlosti chlazení, což musí být číslo menší než 1, aby docházelo ke zmenšování teploty. Toto zajišťuje vnější smyčka algoritmu.

Uvnitř je další smyčka, jejíž počet opakování je dán hodnotou Equilibria. Ve vnitřní smyčce algoritmus nalezne souseda (který je řešením) inverzí jednoho náhodného bitu aktuálního stavu. Následně se ověřuje, jestli je tento náhodný soused lepší nebo horší. Pokud je lepší, vždy se přijme. Pokud je horší, přijme se s určitou pravděpodobností, která je dána aktuální teplotou a vzdáleností od aktuálně nejlepšího řešení. Čím horší řešení je, tím menší pravděpodobnost, že bude přijato. Ale čím vyšší je teplota, tím je větší šance, že i poměrně o hodně horší řešení bude přijato. Smysl tohoto je vymanit se z lokálních minim.

Pravděpodobnost přijetí horšího řešení je počítána na základě vztahu:  $e^{-rozdíl\_ceny/aktuální\_teplota}$ . Je nutno dodat, že přijetím řešením není myšleno, že je považováno za aktuálně nejlepší, i když nám ve skutečnosti nejlepší řešení zhoršuje. Pouze je přijato jako aktuální stav do další iterace algoritmu.

Po ukončení vnitřní smyčky je snížena teplota a pokud nedošlo k teplotě tuhnutí, opakujeme vnitřní smyčku znovu s novou teplotou.

## 4 NAMĚŘENÉ VÝSLEDKY

---

### 4.1 HW / SW KONFIGURACE TESTOVACÍHO SYSTÉMU

- CPU Intel® Core™ 2 Duo; 2.26 GHz, 2.27 GHz
- 4 GB RAM
- OS Windows 8 64-bit
- Java 7

### 4.2 ZPŮSOB MĚŘENÍ

Čas byl měřen pomocí třídy **ThreadMXBean** a byl průměrován přes všechny instance velikosti 40 (až na měření rozdílu mezi velikostmi instancí).

**Relativní chyby** heuristik jsem počítal dle vzorce  $\epsilon = (C(OPT) - C(APX)) / C(OPT)$  a byly počítány průběžně, ne na finálním součtu cen. Cena optimálního řešení nebyla počítána žádným úplným algoritmem ale převzata z oficiálně poskytnutých řešení.

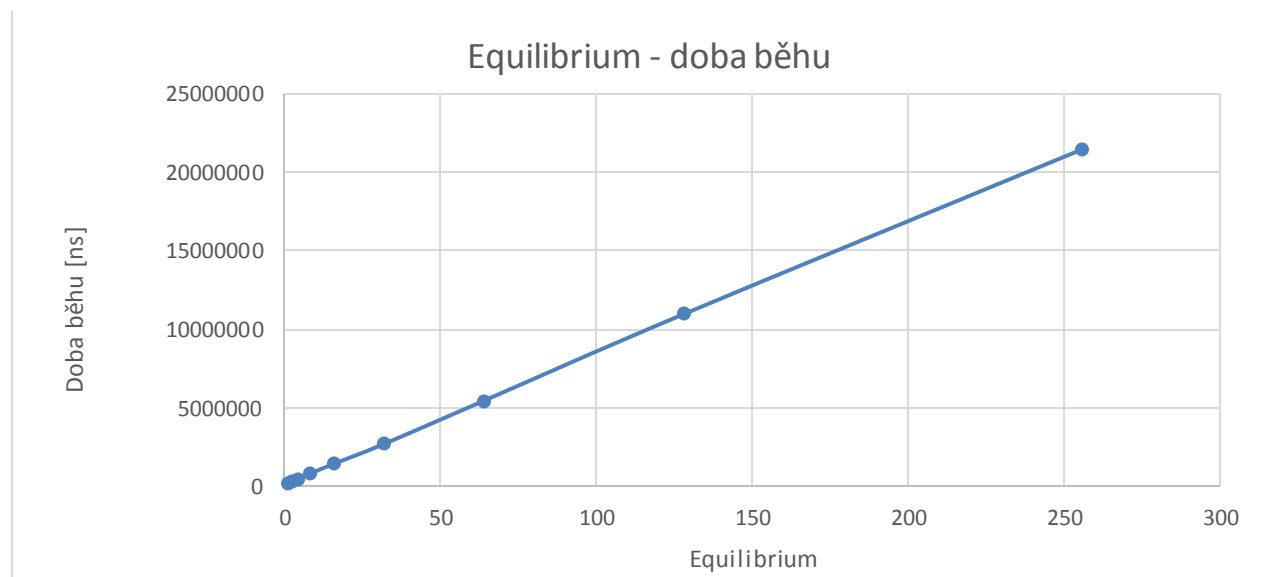
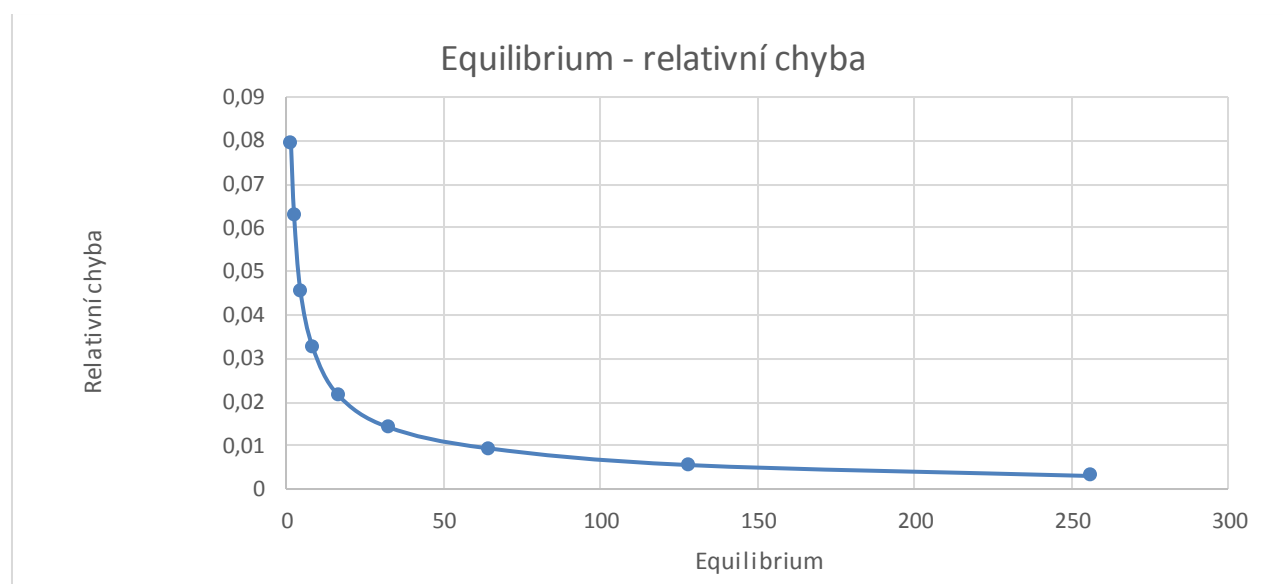
### 4.3 VÝSLEDKY

Interpretace výsledků je v závěru.

#### 4.3.1 Equilibrium

parametr	hodnota
Equilibrium	1-256
Počáteční teplota	500
Teplota tuhnutí	5
Rychlost chlazení	0,97
Velikost instance	40

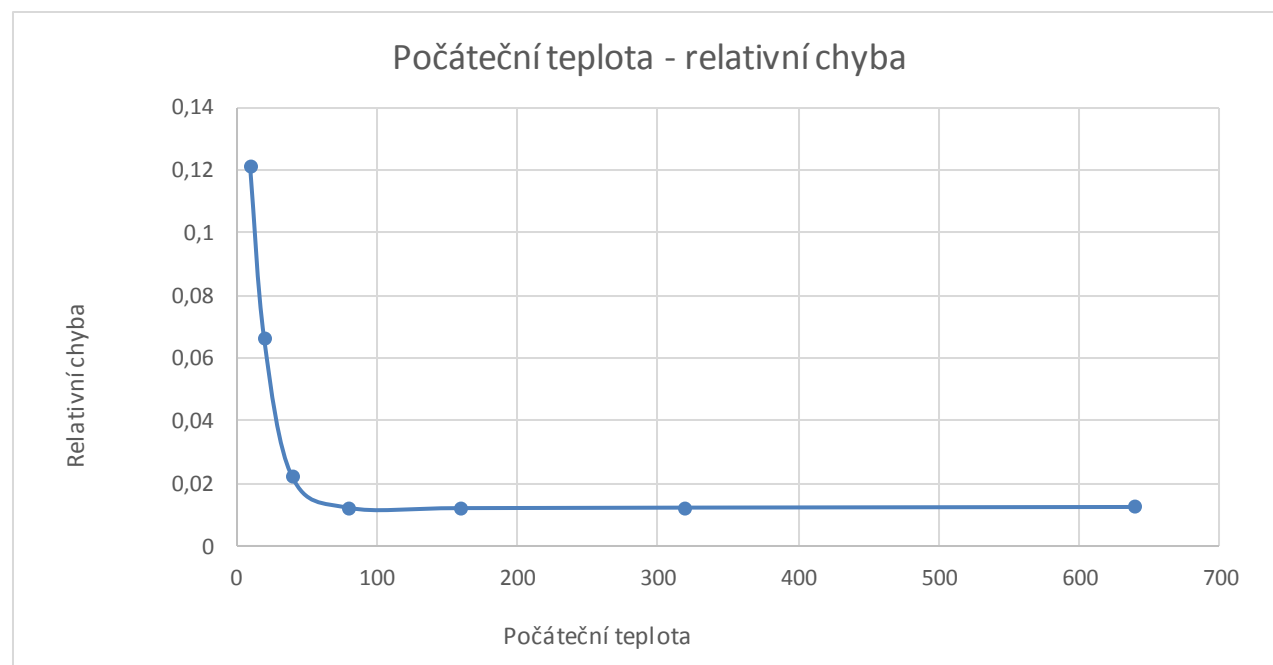
equilibrium	Rel. chyba	Doba běhu [ns]
1	0,079373	187500
2	0,062853	250000
4	0,045667	450000
8	0,032489	756250
16	0,021708	1406250
32	0,014305	2666666
64	0,009434	5421875
128	0,005596	10937500
256	0,003089	21468750

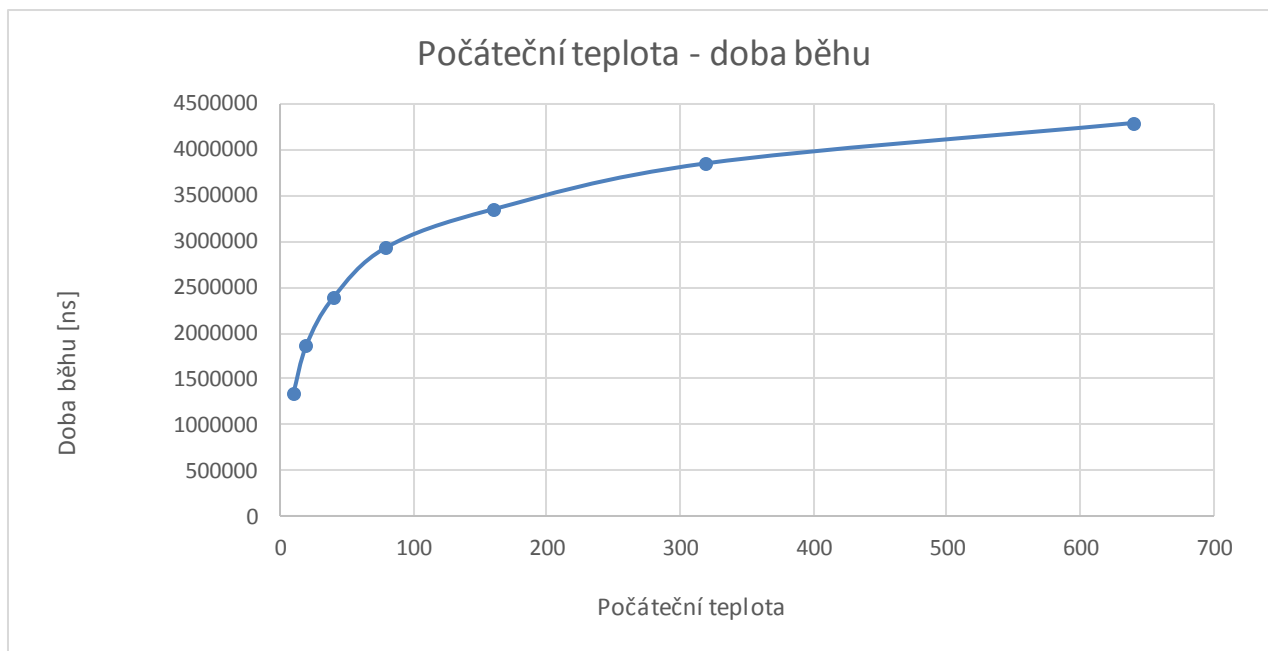


## 4.3.2 Počáteční teplota

parametr	hodnota
Equilibrium	40
Počáteční teplota	<b>10-640</b>
Teplota tuhnutí	2
Rychlost chlazení	0,97
Velikost instance	40

Počáteční teplota	Rel. chyba	Doba běhu [ns]
<b>10</b>	0,121492	1328125
<b>20</b>	0,066495	1865625
<b>40</b>	0,022307	2381250
<b>80</b>	0,012463	2931250
<b>160</b>	0,012356	3343750
<b>320</b>	0,012517	3843750
<b>640</b>	0,012725	4281250

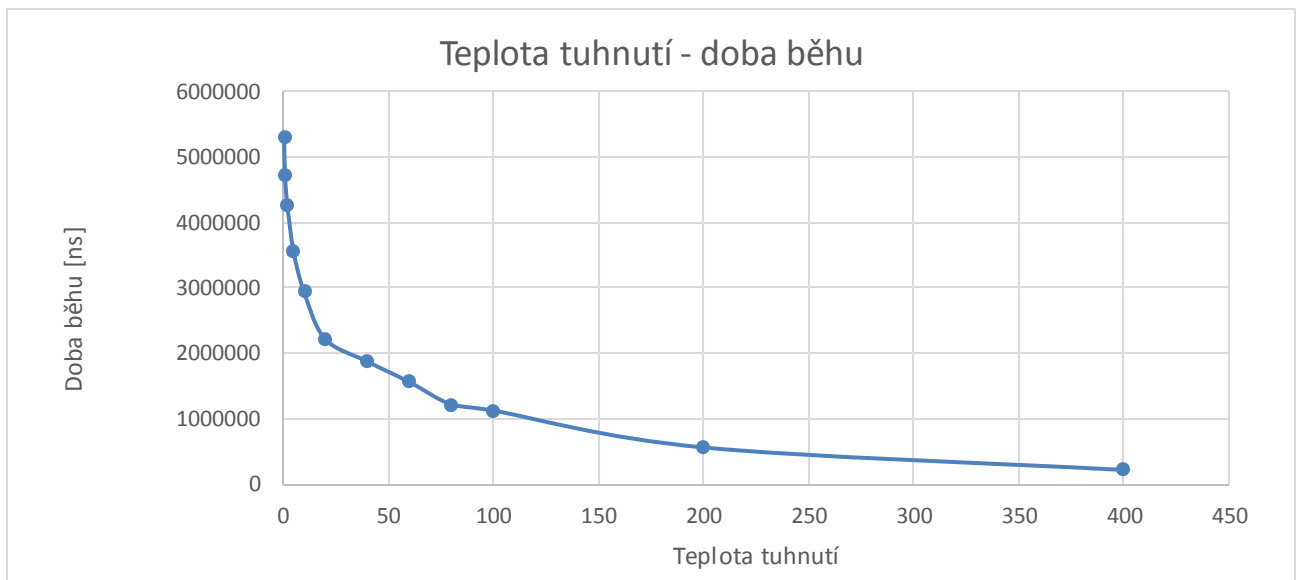
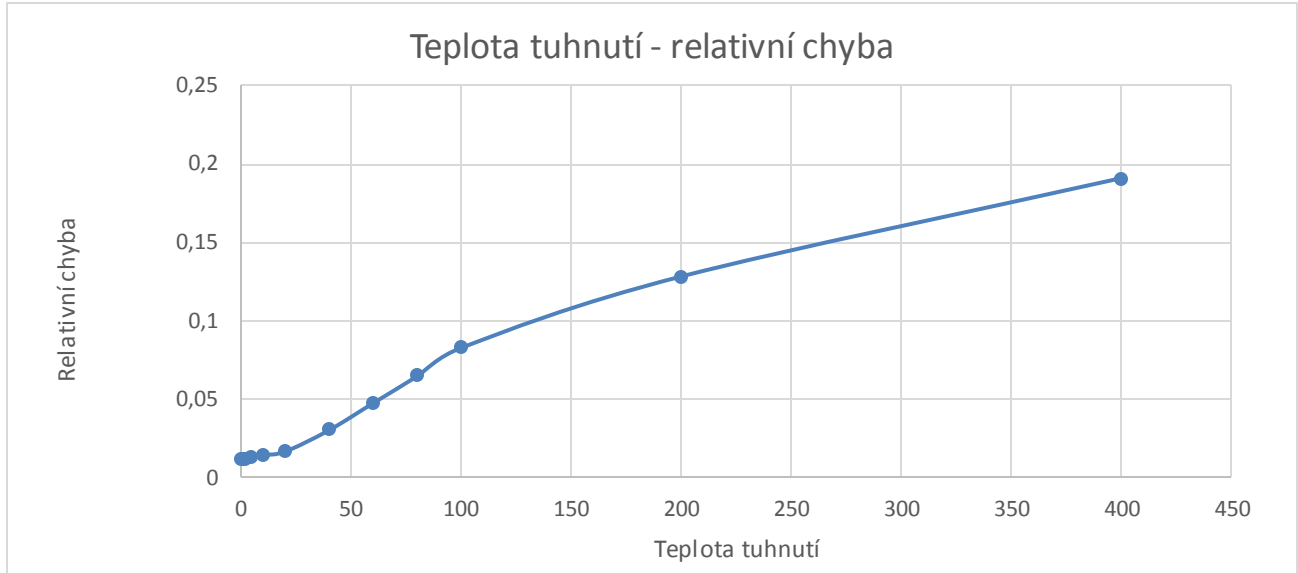




#### 4.3.3 Teplota tuhnutí

parametr	hodnota
Equilibrium	40
Počáteční teplota	500
Teplota tuhnutí	400-0,5
Rychlost chlazení	0,97
Velikost instance	40

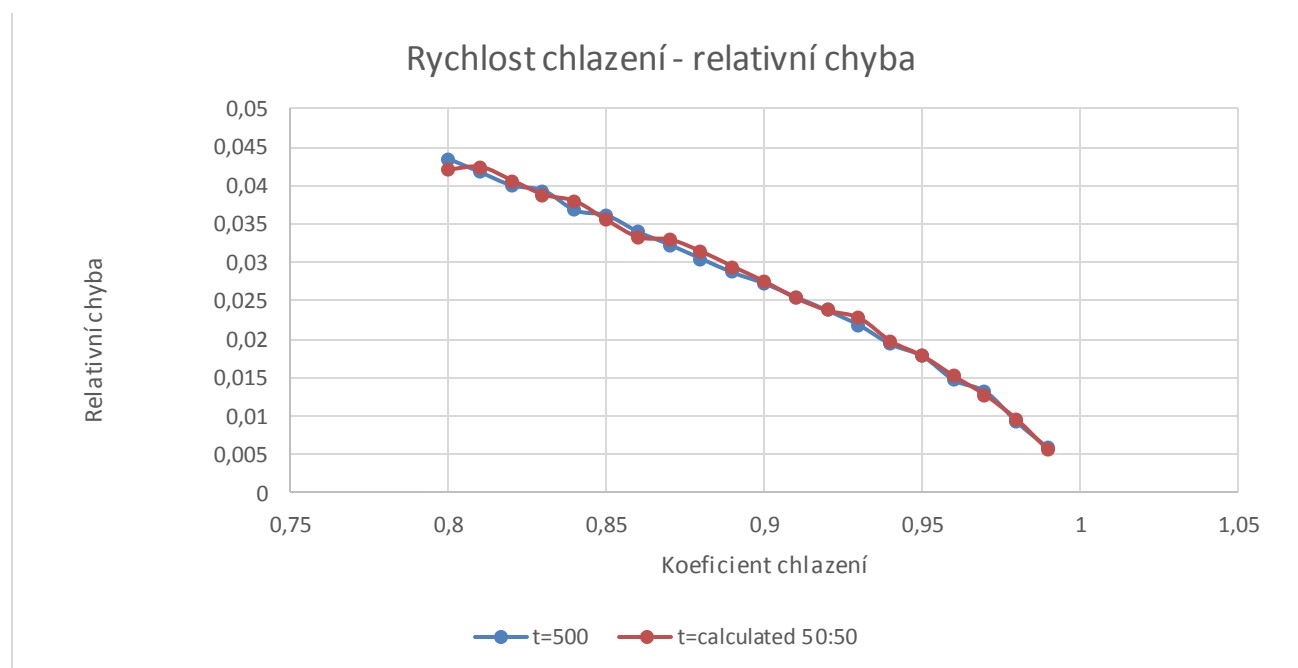
Teplota tuhnutí	Rel. chyba	Doba běhu [ns]
400	0,19107	218750
200	0,12849	562500
100	0,083054	1125000
80	0,064984	1218750
60	0,047874	1562500
40	0,03069	1875000
20	0,017044	2218750
10	0,014782	2937500
5	0,012916	3562500
2	0,011835	4281250
1	0,012494	4718750
0,5	0,01204	5312500

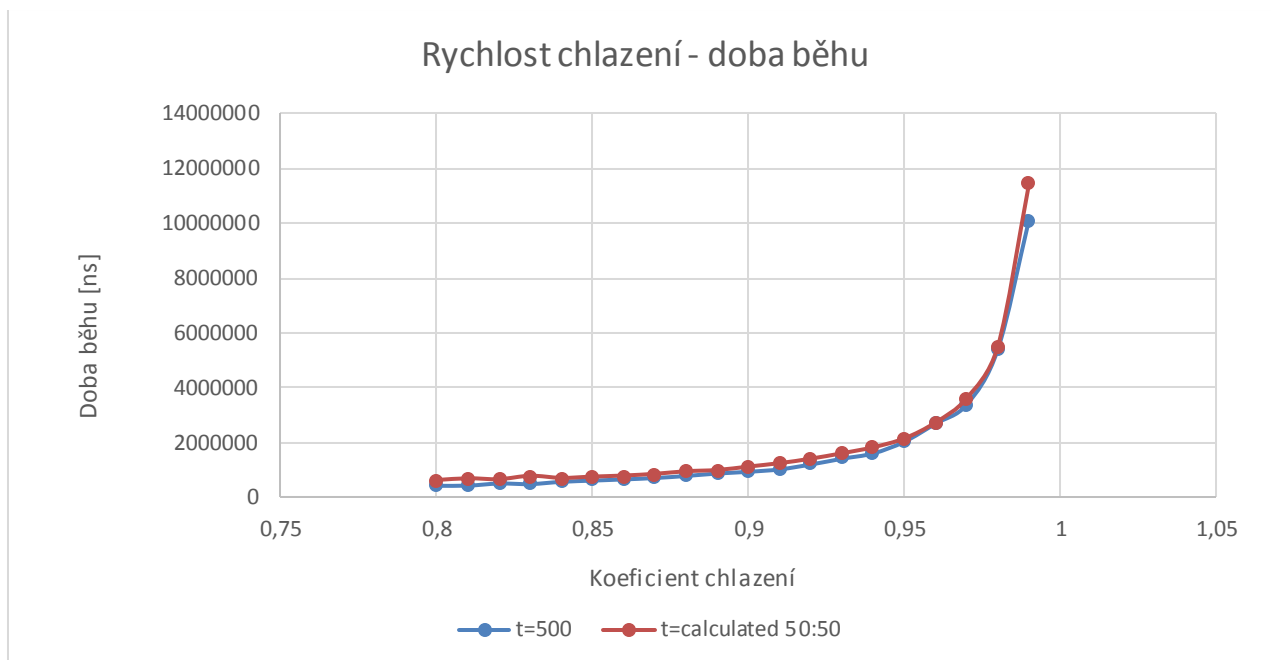


#### 4.3.4 Rychlost chlazení

parametr	hodnota
Equilibrium	40
Počáteční teplota	500, calculated
Teplota tuhnutí	5
Rychlost chlazení	<b>0,8 – 0,97</b>
Velikost instance	40

Koeficient chlazení	Relativní chyba $T_{init}=500$	Doba běhu [ns] $T_{init}=500$	Relativní chyba $T_{init}=\text{calculated } 50:50$	Doba běhu [ns] $T_{init}=\text{calculated } 50:50$
0,8	0,043357	468750	0,041978	625000
0,81	0,041629	475000	0,042322	687500
0,82	0,039925	550000	0,040567	656250
0,83	0,039262	531250	0,038701	781250
0,84	0,036692	612500	0,037868	703125
0,85	0,036045	656250	0,035403	750000
0,86	0,033904	700000	0,033198	789062
0,87	0,032229	750000	0,03289	851562
0,88	0,030409	825000	0,031323	945312
0,89	0,028621	912500	0,029363	992187
0,9	0,027206	975000	0,027433	1117187
0,91	0,025441	1062499	0,025277	1242187
0,92	0,0237	1239582	0,023674	1406249
0,93	0,021792	1447916	0,022703	1604166
0,94	0,019328	1640625	0,019668	1822916
0,95	0,017793	2062500	0,017791	2145832
0,96	0,014684	2718750	0,015157	2729166
0,97	0,013179	3406250	0,012665	3614583
0,98	0,009213	5406250	0,009482	5510416
0,99	0,005784	10093750	0,00546	11447916



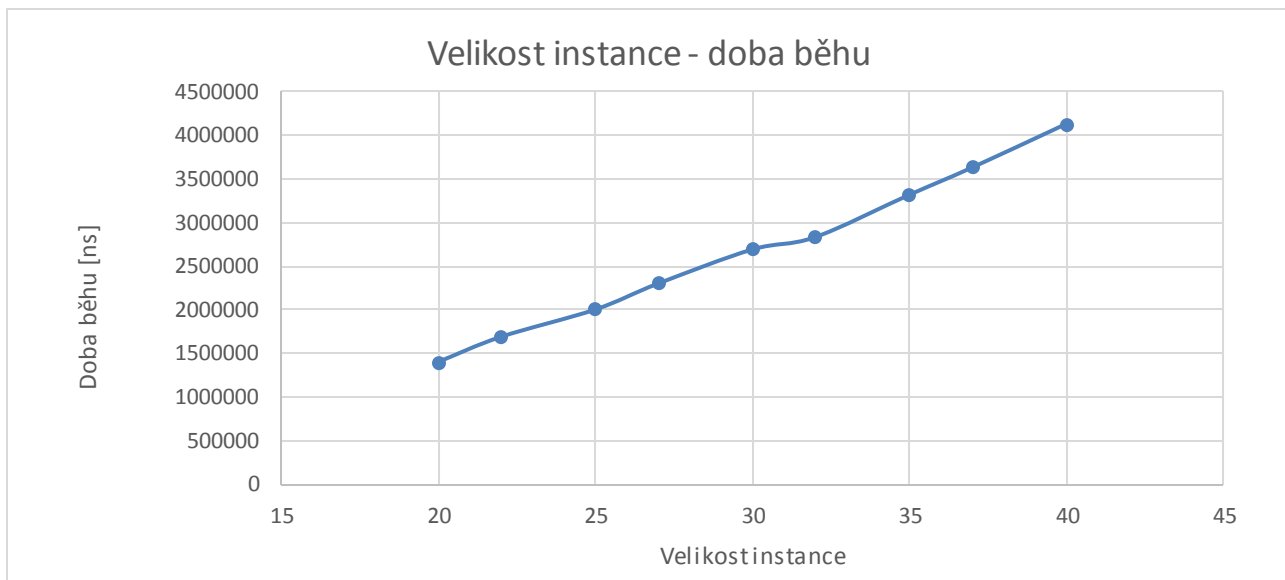
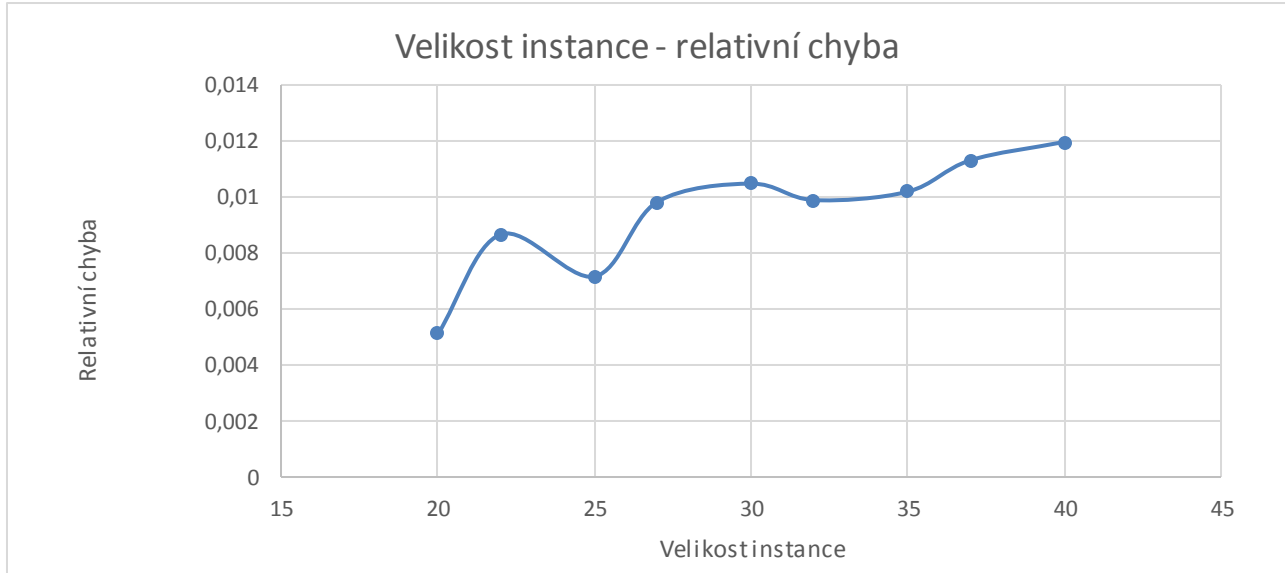


#### 4.3.5 Velikost instance

parametr	hodnota
Equilibrium	40
Počáteční teplota	500
Teplota tuhnutí	2
Rychlost chlazení	0,97
Velikost instance	<b>20 - 40</b>

Velikost instance	Relativní chyba	Doba běhu [ns]
20	0,005161	1400000
22	0,008691	1687500
25	0,007201	2000000
27	0,009841	2296875
30	0,010495	2687500
32	0,009911	2828125
35	0,010206	3312500
37	0,011319	3625000
40	0,011971	4125000





## 5 ZÁVĚR

### 5.1 EQUILIBRIUM

Při zvětšování velikosti rovnovážné polohy, nebo-li počtu pokusů o nalezení souseda nám doba běhu roste téměř přesně lineárně. S přihlédnutím k tomu, jak algoritmus funguje, toto dává smysl. Vnitřní cyklus se prodlužuje přesně podle velikosti této hodnoty.

O něco zajímavější je vliv této hodnoty na relativní chybu. Jak je vidět, ta se snižuje po inverzní logaritmické křivce. Z tohoto měření se zdá být **ideální hodnota equilibria přibližně na hodnotě 50** pro

dosažení nejlepšího poměru chyba / doba běhu. Vzhledem k tomu, že testování probíhalo na instancích o velikosti 40, můžeme též říci, že **vhodná hodnota je právě velikost instance**.

## 5.2 POČÁTEČNÍ TEPLOTA

Doba běhu roste s počáteční teplotou logaritmicky, její zvětšování nám tedy nečiní velký problém. S přihlédnutím ke grafu relativní chyby je však **zvětšování teploty od hodnoty 100 nesmyslné** – již nedochází k dalšímu zlepšování výsledků. Toto měření nastiňuje, že při dostatečně pomalém chlazení není třeba příliš velké počáteční teploty.

## 5.3 TEPLOTA TUHNUTÍ

Teplota tuhnutí má do jisté míry obdobné vlastnosti jako počáteční teplota (inverzně). Při jejím růstu nám dochází inverzně logaritmicky ke zrychlování běhu, ale lineárně nám roste chyba. Z tohoto důvodu bych navrhol zvolit co nejnižší teplotu tuhnutí, protože za cenu logaritmického zpomalení dostaneme lineární zlepšení. **Navrhuji teploty 1-2 stupně.**

## 5.4 RYCHLOST CHLAZENÍ

Doba běhu opět roste s rostoucím koeficientem chlazení (chladíme pomaleji) logaritmicky (zrcadlově), ale zároveň chyba klesá lineárně. Je tedy vhodné chladit co nejpomaleji. Algoritmus je však velmi zpomalen, jak se rychlost chlazení limitně blíží hodnotě 1 a je proto vhodné se vyhnout hodnotám 0,99 či ještě vyšším, protože za velkou cenu získáme opět jen lineární vylepšení. **Navrhuji hodnoty 0,95 – 0,98**, podle toho, kolik máme čas.

Pro rychlost chlazení jsem také provedl měření pro dynamicky vypočtenou počáteční teplotu (vypočtenou tak, aby přibližně 50% horších sousedů bylo odmítnuto a 50% přijato). Jak relativní chyba, tak doba běhu je však téměř identická s měřeními provedenými při staticky nastavené hodnotě výchozí teploty na 500 (viz grafy). Toto přičítám vhodně zvolené hodnotě 500 a dále také faktu, že tato hodnota ovlivňuje relativní chybu při tomto nastavení pouze od hodnoty horší než 100 (vypočtená hodnota byla téměř vždy větší) a doba běhu je ovlivněna pouze logaritmicky.

## 5.5 VELIKOST INSTANCE

Relativní chyba je velikostí instance téměř neovlivněna, projevuje se však rostoucí trend. Doba běhu logicky roste, avšak pouze lineárně.

## 5.6 IDEÁLNÍ NASTAVENÍ

Ideální nastavení bude pravděpodobně třeba upravit pro jiné typy úloh či dokonce instancí, ale pokusím se vyvodit co nejideálnější / nejobecnější nastavení na základě mých měření:

- Equilibrium (rovnovážná poloha): Velikost instance
- Počáteční teplota: Vypočtena dle pravidla 50:50
- Teplota tuhnutí: 1-2 stupně
- Rychlost chlazení: koeficient 0,95 – 0,98